แผนการจัดการเรียนรู้

# รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

# หน่วยการเรียนรู้ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

# เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน เวลา 1 ชั่วโมง

**ผลการเรียนรู้**

เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา

# สาระสำคัญ

**บทนิยาม 7**

ค่าสัมบูรณ์ (absolute value or modulus) ของจำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนจริง

นั่นคือ

ให้ และ เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า

1)

2)

3) เมื่อ ≠ 0

4)

5)

6)

# จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้

สาระการเรียนรู้

จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของจำนวนเชิงซ้อน

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง โดยตั้งคำถามนักเรียน ดังนี้

- ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง มีนิยามว่าอย่างไรและมีวิธีหาอย่างไร

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

- นักเรียนและครูสรุปบทนิยาม ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง ซึ่งจะได้ว่า

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a เท่ากับ a เมื่อ a มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a เท่ากับ –a เมื่อ a มีค่าน้อยกว่าศูนย์ หรืออีกนัยหนึ่งค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a คือระยะทางระหว่าง 0 กับจำนวนจริง a นั่นเอง

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

3. ครูทบทวนการเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน หรือ เมื่อ และ เป็นจำนวนจริง คือการเขียนแทนด้วยจุดในระนาบเช่นเดียวกับการแทนคู่อันดับในความสัมพันธ์ใดๆ ด้วยจุดในระนาบในระบบพิกัดฉาก และเรียกแกน X ว่าแกนจริง (real axis) และเรียกแกน Y ว่าแกนจินตภาพ (imaginary axis) และเรียกระนาบนี้ว่าระนาบเชิงซ้อน (complex plane) และยกตัวอย่าง เช่น จำนวนเชิงซ้อน แทนได้ด้วยจุด หรือแทนด้วยเวกเตอร์ที่มีจุด เป็นจุดเริ่มต้น และจุด เป็นจุดสิ้นสุด

4. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มจำนวน 5 กลุ่ม โดยทุกคนเตรียมเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อใช้ในการหาค่าสัมบูรณ์และสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน โดยครูแนะนำวิธีการใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



4.1 กดปุ่ม w



4.2 กดปุ่ม2



4.3 หาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่ม q(3+4b=

(จะได้ค่าสัมบูรณ์ของ คือ 5)

5. นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อใช้หาสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้การแทนค่าด้วยตัวแปร โดยครูแนะนำวิธีการใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



5.1 กดปุ่ม w



5.2 กดปุ่ม2

5.3 ป้อนจำนวนเชิงซ้อน โดยกดปุ่ม

1+2b



5.4 แทนค่าจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่ม Jz



5.5 ป้อนจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่ม3p4b



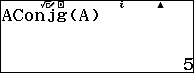
5.6 แทนค่าจำนวนเชิงซ้อน

โดยกดปุ่มJx



5.7 หาค่าของ

โดยกดปุ่ม q(Q z$d=

5.8 หาค่าของ

โดยกดปุ่ม QzT2Qz)=

5.9 หาค่าของ

โดยกดปุ่ม q(a1RQz=



5.10 หาค่าของ

โดยกดปุ่ม a1Rq(Qz=



5.11 หาค่าของ

โดยกดปุ่มq(QzQx=

 5.12 หาค่าของ

โดยกดปุ่มq(Qz$

q(Qx=

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3.1 และ 3.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำและร่วมกันอภิปราย (ขั้นสำรวจ)

7. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอและอภิปรายผลเพื่อนำไปสู่การตรวจสอบสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้ (ขั้นหาความสัมพันธ์)

ใบกิจกรรมที่ 3.1 ถ้า Z = เมื่อ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

ใบกิจกรรมที่ 3.2 ถ้า และ เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า

1)

2)

3) เมื่อ ≠ 0

4)

5)

6)

8. ครูให้นิยามตามบทนิยาม 7 หน้า 28 ในหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนี้

บทนิยาม 7

ค่าสัมบูรณ์ (absolute value or modulus) ของจำนวนเชิงซ้อน

คือจำนวนจริง นั่นคือ

9. ครูและนักเรียนช่วยกันพิสูจน์สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนตามหลักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันสมบัติต่างๆ ว่าเป็นจริงทุกกรณี อีกครั้งหนึ่ง

10. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนที่ได้จากการสำรวจ จะได้ว่า (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

ถ้า และ เป็นจำนวนเชิงซ้อน

1)

2)

3) เมื่อ ≠ 0

4)

5)

6)

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz (ขั้นฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

2. ใบกิจกรรมที่ 3.1 – 3.2 เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  
3. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

การวัดและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3.1 – 3.2

2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 3  
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 3.1** | หน้าที่ 1/2 |
| เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน และใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ข้อ | กราฟแบบเวกเตอร์ | ค่าสัมบูรณ์ |
| 1 | , ,  , | ……………………….  ……………………….  ……………………….  ………………………. |
| 2 | , ,  , | ……………………….  ……………………….  ……………………….  ………………………. |
| 3 | , ,  , | ……………………….  ……………………….  ……………………….  ………………………. |

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 3.1** | หน้าที่ 2/2 |
| เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน และใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ข้อ | กราฟแบบเวกเตอร์ | ค่าสัมบูรณ์ |
| 4 | , ,  , | ……………………….  ……………………….  ……………………….  ………………………. |
| 5 | , ,  , | ……………………….  ……………………….  ……………………….  ………………………. |
| สรุป | กำหนดให้ เป็นจำนวนจริง และ A,B,C และ D เป็นจำนวนเชิงซ้อน  ,  ,  , | กำหนดให้ เป็นจำนวนจริง และ A,B,C และ D เป็นจำนวนเชิงซ้อน  ……………………….  ……………………….  ……………………….  ………………………. |
| ดังนั้น | |

**หมายเหตุ** นักเรียนนอาจใช้ความรู้เรื่องเหล่านี้มาช่วยสรุปหาสูตรของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน คือ

1. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง 2. ระยะระหว่างจุดสองจุด 3. ค่าสัมบูรณ์ของเวกเตอร์

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 3.2** | หน้าที่ 1/3 |
| เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถบอกสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ข้อ | กำหนดจำนวนเชิงซ้อน | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |
| จาก ข้อ 1 – 6 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ ……………………………………………………. | | | |
| *ใช้ค่าของจำนวนเชิงซ้อน A,B,C,D และ E จากข้อ 1 –* 6 *หาค่าจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้* | | | |
| ข้อ | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 | กรณีที่ 3 |
| 7 |  |  |  |
| 8 |  |  |  |
| 9 |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 11 |  |  |  |
| 12 |  |  |  |
| จาก ข้อ 7 – 12 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ ………………………… = …………………………. | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 3.2** | หน้าที่ 2/3 |
| เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถบอกสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ข้อ | กำหนดจำนวนเชิงซ้อน | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 13 |  |  |  |
| 14 |  |  |  |
| 15 |  |  |  |
| 16 |  |  |  |
| 17 |  |  |  |
| 18 |  |  |  |
| จาก ข้อ 13 – 18 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า Z1 , Z2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ …………………………………………………….เมื่อ Z ≠ 0 | | | |
| ข้อ | กำหนดจำนวนเชิงซ้อน | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 19 |  |  |  |
| 20 |  |  |  |
| 21 |  |  |  |
| 22 |  |  |  |
| 23 |  |  |  |
| 24 |  |  |  |
| จาก ข้อ 19 – 24 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า Z1 , Z2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ ……………………………………………………. | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **ใบกิจกรรมที่ 3.2** | หน้าที่ 3/3 |
| เรื่อง สมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน | |
| **จุดประสงค์** สามารถบอกสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ | |
| **คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้ | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ข้อ | กำหนดจำนวนเชิงซ้อน | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 25 |  |  |  |
| 26 |  |  |  |
| 27 |  |  |  |
| 28 |  |  |  |
| 29 |  |  |  |
| 30 |  |  |  |
| จาก ข้อ 25 – 30 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า Z1 , Z2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ ………………… ( ให้เลือกใช้เครื่องหมาย หรือ ) | | | |
| ข้อ | กำหนดจำนวนเชิงซ้อน | กรณีที่ 1 | กรณีที่ 2 |
| 31 |  |  |  |
| 32 |  |  |  |
| 33 |  |  |  |
| 34 |  |  |  |
| 35 |  |  |  |
| 36 |  |  |  |
| จาก ข้อ 31 – 36 กรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 พบว่า Z1 , Z2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน  จะได้ ………………… ( ให้เลือกใช้เครื่องหมาย หรือ ) | | | |
| นักเรียนคิดว่า หรือไม่ เพราะเหตุใด  ................................................................................................................................................................  ................................................................................................................................................................ | | | |

แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่องสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

**คำชี้แจง** กำหนด Z, Z1 และ Z2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง โดย**ไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์**

1. …………………………………………………………………………………………………………………

2. ……………………………………………………………………………………………………………………..

3. ……………………………………………………………………………………………………………………..

4. ……………………………………………………………………………………………………………….

5. ……………………………………………………………………………………………………………………..

6. ……………………………………………………………………………………………………………………

7. …………………………………………………………………………………………………

8. …………………………………………………………………………………………………..

9. …………………………………………………….………………………………………………………………….

10. …………………………...........................…………………………………………………………………..

11. …………………………............................…………………………………………………………………..

12. ……………………………………………………………………………………………..เมื่อ ≠ 0

13. …………………………………………………………………………………………………………..

14. …………………………………………………….………………………………………………..

15. …………………………………………………….………………………………………………..